**Introduction**

On considère que le biofilm n’est constitué que de légionnelles, d’amibes, de substrats. C’est-à-dire qu’on suppose dans un premier temps qu’il n’y a pas de biocide, et on suppose que la matrice de polymères occupe également un volume nul. Cette dernière hypothèse n’est pas restrictive si on considère que le biofilm a toujours la même densité, i.e si on suppose que la matrice polymère occupe toujours la même fraction volumique. Dans ce cas, on a la relation au lieu de . De même, les substrats occupent un volume nul.

Le biofilm se développe perpendiculairement à une paroi horizontale, selon un axe Oz. Son volume n’est constitué que de légionnelles et d’amibes. Le problème est donc monodimensionnel.

On suppose que les substrats suivent une loi de Fick, ce qui conduit à une équation de diffusion. Ils sont consommés à la fois par les amibes et par les légionnelles, ceci est modélisé par l’équation de Monod. On suppose que la multiplication intra-amibienne des légionnelles est également modélisable par une équation de Monod, on suppose donc que tout se passe comme si les amibes étaient un substrat de plus pour les légionnelles.

**Notations :**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Sans unité | Fraction volumique de légionelles dans le biofilm |
|  | Sans unité | Fraction volumique d’amibes dans le biofilm |
|  |  | Concentration massique de substrats (N comme nutriment) |
|  |  | Surface |
|  |  | Constantes de Monod |
|  |  | Vitesse de déplacement du biofilm |
|  |  | Taux de croissance (loi de Monod) |
|  |  | Epaisseur du biofilm |

**Etablissement des équations**

On a en particulier par définition et d’après nos hypothèses. De plus, si on note le volume occupé par une légionelle et le nombre de légionnelles contenus dans un volume , on a : .

Pour établir les équations qui régissent les quantités , on effectue un bilan de masse entre les abscisses et , entre les instants .

Soit finalement :

Cette relation est vérifiée par . Sachant que pour les légionnelles, on a et pour les amibes on a .

Pour ce qui est de , la relation devient une relation de diffusion étant donné la loi de Fick. On a alors :

Ceci traduit d’une part la diffusion (dérivée seconde en espace) et d’autre part la consommation des substrats par les légionnelles et par les amibes.

On se sert du fait que en sommant les équations précédentes (qui concernent les fractions volumiques) :

Soit donc, en supposant que on obtient successivement :

On remarque donc que la consommation des substrats par les amibes et les légionnelles dans les couchent inférieures à z provoquent un déplacement de la couche située en z. Cette vitesse est forcément positive : l’augmentation du nombre de bactéries dans les couches inférieures pousse la couche z à monter. Ceci est intuitif.

**Conditions aux limites :**

On modélise un arrachement du biofilm en écrivant la vitesse de l’interface biofilm-eau :

De plus, on impose un flux de substrats à l’interface :

**Ecriture sous SCILAB**

Avec par exemple, pour les légionnelles, représentant la fraction volumique d’amibes :

**A faire**

* Tester une autre façon de faire l’épaisseur
* Passer de masse à nombre de bactéries
* Modéliser l’impact du biocide
* Modéliser l’impact de la température
* Modéliser l’impact de la concentration en biocide
* Que se passe-t-il s’il y a une autre bactérie ? Chercher les interactions avec les amibes et les autres acteurs

**Questions SCILAB**